

觀念物理－解答

力學定律之系統取定

詳解與困難剖析

針對「力學定律之系統取定」單元（如圖1），上述試題的正確答案、常見錯誤選項、及試題難度，列於表1，並說明如下。

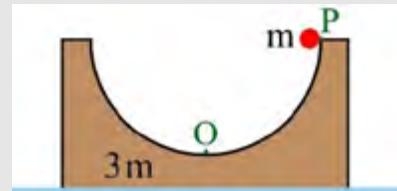


圖 1: 小球與圓弧木塊

表 1：各題之正確答案、常見錯誤、及題目難度

題號	1	2	3	4	5	6	7	8	9
正確答案	A	C	B	C	B	D	B	C	B
常見誤答	無	無	A	D	E	B	A	A	C
難度	易	易	難	中	中	難	難	難	難

第 1、2 題

正確觀念：因所有的接觸面皆無摩擦力，小球會沿著圓弧木塊向下滑動（不會滾動），而且小球向左下滑動時，會推動弧形木塊向右前進。運動過程中 [小球 + 木塊] 的系統，雖然有受到小球重力作用（向下），但沒有受到左右方向的外力，所以 [小球 + 木塊] 的水平總動量守恆：運動前、後的水平總動量相等（皆等於零）。因小球由 P 點滑到 O 點的過程，小球與木塊之間僅有正向力作用（如圖2），其大小相等、方向相反，所以，以地面為觀察點，小球在 O 點時的動量大小（向左），僅等於木塊向右的動量（第2題）。

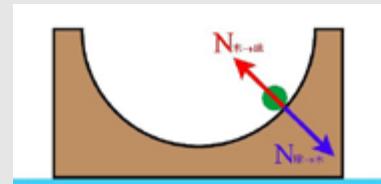


圖 2：球與木塊的正向力

接著，透過兩者動量大小相等，可以推得動能的關係，根據 $E_k = (1/2)mv^2 = (mv)^2 / 2m = p^2 / 2m$ 得知，當兩者動量 (p) 相等，動能與質量呈反比。因小球質量較木塊小，故小球動能比木塊大（第1題）。

常見錯誤：這兩題難度較低，多數同學能夠掌握 [小球 + 木塊] 系統僅受到彼此作用的內力（正向力），沒有左右方向的外力，所以在 O 點時，兩者的動量相等。不過，仍有一些同學誤以「動能」相等來推導，透露出對於「動量」與「動能」概念之間的混淆。

第 3~5 題

正確觀念：至於小球在 O 點時的力圖分析（如圖3），因小球在 O 點具有速度向左，且軌跡有在轉彎，所以需要向心加速度（向上），因此在 O 點時的 [合力 = 向心力 (F_c)]（第5題）。再根據力的作用來源得知，小球受到軌道的正向力 (N) 及重力 (F_g) 兩個力，由 $\sum \bar{F} = \bar{ma} = F_c = N - F_g$ ，可得 $N = F_g + F_c$ （第4題）。

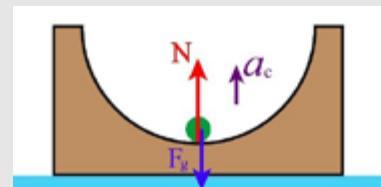


圖 3：力圖分析

至於向心力大小，根據公式 $F_c = mv^2 / r$ ，但套用此公式時需格外小心。若站在靜止地面來看，小球的速率為 v_o ，但小球因會隨著木塊向左運動的影響，其軌跡並非完整半圓（如圖 4 所示），故在 O 點時的曲率半徑並不是 R ，使得 $F_c \neq mv_o^2 / R$ 。為了確認小球在 O 點的曲率半徑，觀察點需移到木塊上，如此便可觀察到小球沿著半徑為 R 的半圓軌跡滑行，而此時小球對木塊的相對速度，則大於已知的 v_o （因為木塊有向右的速度），故 $F_c = mv'^2 / R$ ，其中的 $v' = v_o + v_{\text{木塊}}$ ，所以 $F_c > mv_o^2 / R$ ，（第 3 題）。

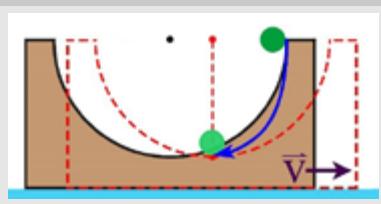


圖 4：小球軌跡

常見錯誤：第 3 題的困難度非常高，多數同學將題目已知的 v_o 及 R 直接套入向心力公式，而誤選了 $F_c = mv_o^2 / R$ 選項，顯示出他們並未注意到答案中的 v_o 與 R 所對應的觀察點並不一致： v_o 是在靜止地面觀察小球的結果，而 R 則是在滑動的木塊上觀察到的軌跡半徑。同一公式中的所有變數（如 $F_c = mv^2 / r$ 的 v 及 r ），需在同一位置觀察，才能正確得解。另外，也有同學雖然考慮到木塊的移動，而需修改 $F_c = mv^2 / r$ 公式中的 v ，但卻誤以為小球對木塊的速度 $v' < v_o$ ，未能掌握相對速度的概念推理。

值得強調的是，套用向心力公式 ($F_c = mv^2 / r$) 時，除了需在**固定觀察點**上判斷 v 及 r 之外，此觀察點也需是**慣性座標**，也就是 [加速度 = 0] 的位置。當小球滑到 O 點瞬間，木塊恰好沒有加速度，因此，木塊上任一位置，皆可以當成判斷向心力的參考點。

另外，也有許多同學誤解了「向心力」的定位，以為向心力 (F_c) 跟重力 (F_g)、正向力 (N) 一樣，都是作用於小球的外力，推導合力時誤將三力加總。曲線運動的物體，因為速度方向的改變，所以需要向心力，是力的**結果**，而非**來源**。此向心力，需透過作用力的來源，如：接觸面的正向力、地球吸引的重力等來提供。因此，**向心力是外力總和的結果**，並非外力作用的**來源**。

除了誤解「力的來源」之外，學生可能同時誤以為小球在 O 點呈現「平衡」，而選了合力 = 0 的選項（第 5 題），反映出他們忽略小球因曲線運動，速度方向正在改變，需要向心力，故 [合力 = 向心力 ≠ 0]。「加速度」根據其功能，可包含改變速度大小（切線加速度），及改變速度方向（向心加速度）兩種分量。當學生誤以為小球在 O 點時為「平衡」，再誤將向心力當成力的來源之一，將會列出 [合力 = 0 = N + F_c - F_g]，而誤選了 $N = F_g - F_c$ 的選項（第 4 題）。第 4、5 題的錯誤經常同時出現，顯示其未能掌握力之**成因與結果**。

第 6、7 題

正確觀念：接著進到「能量」的概念，因為小球並非獨立運動，而是與圓弧木塊互相推擠。站在地面上觀察，小球下滑過程所減少的重力位能 (ΔU_1)，並沒有全部轉成小球的動能變化 (ΔE_{k1})，還有一部分成為木塊的動能的變化 (ΔE_{k2})。故小球本身的力學能並沒有守恆（第 7 題）。

$$\text{小球所損失的位能} = [\text{小球} + \text{木塊}] \text{ 增加的動能} \dots \dots (1)$$

另外，也可以使用「功能定理」：外力作功總和 = 系統總動能變化。若以 [小球 + 木塊] 為系統，外力來源包含三個：(1) 小球所受重力、(2) 木塊所受重力、(3) 木塊所受地面正向力，其中的 (2) 與 (3) 皆不作功，因為木塊的位移 (\rightarrow)，與其所受重力 (\downarrow) 及地面正向力 (\uparrow) 相垂直，所以作功為零。因此，根據「功能定理」：以 [小球 + 木塊] 為系統：

$$\text{外力作功總和} = \text{系統總動能變化}$$

$$\text{重力對小球作功} = \text{小球動能變化} + \text{木塊動能變化} \dots\dots (2)$$

而其中小球的 [重力作功 = 重力位能變化的負值] ($W_{Fg} = -\Delta U_1$)，因為當小球由 P 下滑到 O 點時，重力作功為 $+mgR$ ，而位能變化為 $-mgR$ 。所以，引入 (2) 式後可得小球重力作功 $= -\Delta U_1 = \Delta E_{k1} + \Delta E_{k2}$ (第 6 題)

常見錯誤：針對小球的力學能是否守恆的問題，相當高比例的同學選擇「守恆」，許多人根據“系統無摩擦”，或是“重力是保守力”，就認為小球的力學能守恆 (第 7 題)，忽略了此時還有木塊也會跟小球 (透過正向力) 作用。此題中，以地面為觀察點，力學能守恆的確可成立，但守恆的系統不是小球本身，而是包含 [小球 + 木塊]。

類似的誤解也有一些同學以為：[重力對小球作功 = 小球動能變化] (第 6 題)，引用「功能定理」：“外力作功 = 動能變化”的概念，但卻忽略小球還受到木塊的正向力作功。另外，有更多的同學誤以為 [重力作功 = 小球位能變化] ($W_{Fg} = \Delta U_1$)，等號兩邊的絕對值雖然相等，但是正負相反，因此等號不能成立。

第 8、9 題

正確觀念：探討木塊的動能變化，需將小球與木塊分開，以木塊為系統，透過「功能定理」：外力作功總和 = 動能變化。木塊所受的外力包含：(1) 小球對木塊的正向力 (\searrow)、(2) 木塊受地面的正向力 (\uparrow)、(3) 木塊重力 (\downarrow)，因木塊位移向右 (\rightarrow)，與 (2)、(3) 兩力垂直，所以 (2) 及 (3) 兩力皆不作功。小球對木塊的正向力，會對木塊作正功，因為 $\text{work} = \bar{F} \cdot \bar{S} = \bar{N}(\searrow) \cdot \bar{S}(\rightarrow)$ ，夾角小於 90° (如圖 5)。因此，站在地面觀察，木塊增加的動能，來自小球作用的正向力所作的功 (第 8 題)。

根據「作用力與反作用力」定律，木塊也會對小球施予大小相等、方向相反的正向力 (\nwarrow)。要判斷此正向力對小球的作用，根據 $\text{work} = \bar{N} \cdot \bar{S}$ ，以地面為觀察點，則小球所受的正向力 (N)，雖與木塊圓弧相垂直，但小球對地面的位移： $\bar{S}(\text{球} \rightarrow \text{地}) = \bar{S}(\text{球} \rightarrow \text{木}, \nwarrow) + \bar{S}(\text{木} \rightarrow \text{地}, \rightarrow)$ 小球所受正向力與小球對地面之位移，夾角大於 90° (如圖 6 所示)，故以地面為觀察點，正向力對小球作負功 (第 9 題)。

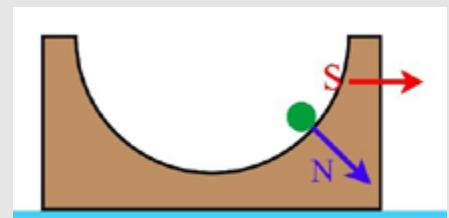


圖 5：正向力對木塊作功

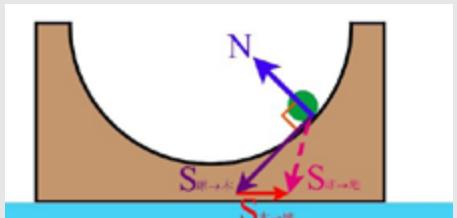


圖 6：正向力對小球作功

常見錯誤：絕大多數的同學，以為小球所受到的正向力，會垂直於小球軌跡 ($\bar{N} \perp \bar{S}$)，而誤選了「正向力不作功」(第9題)。如果觀察點移到木塊上，則正向力與小球位移，的確互相垂直(正向力不作功)。但本題是以地面為觀察點，透過圖6的分析後，得知小球軌跡方向與正向力之間，並非垂直。因此，學生普遍的誤判，與觀察者的混淆有關。

至於第8題，有部分同學雖已掌握，[木塊動能變化 = 正向力作功]，卻無法釐清，此「正向力」是小球作用於木塊(而非木塊作用於小球)，兩個正向力是作用力與反作用力(如圖2)，作功大小相同，但正負相反。木塊的動能變化，來自木塊所受到的外力作功(不是所施出的力)。另外，也有一些人誤認為[木塊動能變化 = 重力對小球作功]，有人解釋“因為重力對小球作功，所以木塊動能增加”，此一因果推理，忽略了小球本身的動能變化。

不當推理及有效策略

綜合上述，可歸納出下幾點重要的推理策略，以及常見的概念盲點：

首先，「作功」、「動能」、「動量」，都是力學的重要物理量，它們都涉及「速度」或「位移」，因此，皆與觀察點有關。不同的觀察點，得到的結果並不相同。例如：以地面為觀察點，小球受到的正向力會作負功，而若以木塊為觀察點則不作功(第9題)。

其次，有些公式的變因也與觀察者有關，如「向心力」公式中的「速度」與「半徑」(第3題)，推導這兩個變數時，需在同一觀察點。同時，因涉及「力」的分析，此一觀察點也需是「慣性座標」(加速度 = 0)。這些對於觀察者的限制，都是推導時需要遵守的。

最後，有關「動量守恆」、「功能定理」、或「力學能守恆」，都是力學的重要原理，運用這些原理時，需掌握內力、外力的區別，而其區別則與系統取定有關。例如：若系統為小球本身，則小球與木塊間的正向力就屬於系統外力，因此，小球本身的動量並不守恆(第2題)，且小球本身的力學能也不守恆(第7題)。但若將系統涵蓋[小球 + 木塊]時，總動量就可守恆(第2題)；力學能也可守恆(第6題)。因此，本單元顯示，運用這些守恆定理前，需先釐清系統如何取定。

因此，觀察點的選擇與系統取定，都將影響概念推理的結論，而選定的依據，往往需要先確認相關物理定律的使用限制條件。