

# 觀念物理 — 解答 太空任務

## 詳解與困難剖析

針對「太空任務」的問題，每題的正確答案、常見錯誤選項、及試題難度，列於表 1，並說明如下。

表 1：各題之正確答案、常見錯誤、及題目難度

題號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
正確答案	A	C	B	D	A	A	B	A	D	D
常見誤答	B	A	無	C	B	B	C	B	A,C	A
難度	難	難	易	中	中	中	中	中	難	難

本單元分為人造衛星運行 (第 1~6 題)，與飛機製造失重 (第 7~10 題) 兩種情境。

### 第 1~3 題

**正確觀念：**欲探討人造衛星因受到空氣阻力，導致軌跡呈螺旋狀逐漸靠近地球的過程 (階段 2) (如圖 1 之虛線)，衛星的速率與力學能變化。首先，根據 [重力 = 向心力]，探討軌道半徑減小時的

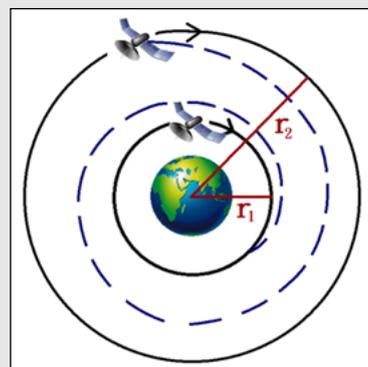


圖 1：人造衛星軌跡

速率 ( $v$ )： $\because F_g = F_c \therefore \frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}, v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \propto 1/\sqrt{r}$ ，得知半徑

減小時，速率會增加 (第 1 題)。

根據 [重力 = 向心力] 的結論，可繼續推導不同軌道半徑時的「力學能」，

$$\text{力學能} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r}, \text{ 且 } v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \therefore \text{力學能} = \frac{GMm}{2r} - \frac{GMm}{r} = -\frac{GMm}{2r},$$

力學能為負值，代表衛星為束縛狀態，且軌道半徑越小，力學能越低 (第 3 題)。

衛星速率變化的原因，可以透過「功能定理」，因衛星同時受到**空氣阻力**及**重力**，空氣阻力因與速度反向，會作負功，導致速率減小。但在衛星呈螺旋軌跡的過程，重力方向與運行軌跡的夾角 ( $\theta$ ) 小於  $90^\circ$ ，而不是互相垂直 (如圖 2)，重力會對衛星作正功。因此，衛星在螺旋靠近地球過程中，空氣阻力作負功，而重力作正功，兩種外力皆會影響其速率 (第 2 題)。

**常見錯誤：**本題組探討「速率」與「力學能」，兩者皆涉及雙重變因 (空氣阻力及重力) 的影響，導致學生推理的困難。判斷衛星速率時，許多同學僅考慮「空氣阻力」使物體減速，但忽略「重力」可使衛星加速的效果 (第 2 題)。忽略「重力」的原因，可能是誤以為重力僅改變速度方向，不改變其大小。此一推論僅適用於圓形軌跡，不適用於螺旋軌跡。

同時，許多學生雖然能接受，空氣阻力使軌跡「半徑」逐漸縮小，且「力學能」減小（第3題），但卻忽略「力學能」同時受到「動能」與「位能」兩項變因的影響，而動能與位能的變化恰好相反。部分同學直接以「力學能」減少，所以「動能」（速率）減小，顯示其邏輯的瑕疵（第1題）。

## 第 4~6 題

**正確觀念：**套用定律之前，須先確定該定律的意義內涵與限制。首先，克卜勒第二定律（等面積定律），指的是同一顆行星（或衛星）環繞同一橢圓軌跡上的不同位置，對中心星球所掃出的面積相等（如圖3）。「等面積定律」是根據「角動量守恆」而得，因此並不適用於不同半徑的軌道之間（如圖1的  $r_1$  與  $r_2$ ），因為衛星在這兩個軌道上的角動量並不相等。

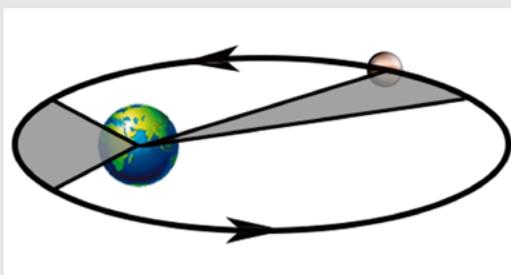


圖 3: 等面積定律

要比較衛星在不同半徑的圓周軌道上，單位時間掃出的面積 ( $A \propto rv$ )，可透過第1題的結論：根據  $F_g = F_c$  推出  $v \propto 1/\sqrt{r} \Rightarrow A \propto rv \propto r/\sqrt{r} \propto \sqrt{r}$ 。所以軌道半徑越小，掃出的面積越小。此結果也可推得「角動量」與「半徑」的關係： $\ell = mrv \propto rv \propto \sqrt{r}$ ，角動量會隨半徑減小而減小（第4題）。

進一步透過「力矩」可解釋「角動量」減少的原因 ( $\bar{\tau} = \Delta\ell / \Delta t$ )，因空氣阻力所造成的力矩與衛星的角動量反向，導致角動量減少；而重力 ( $F_g$ ) 雖可使衛星加速，但重力因隨時與地球到衛星連線平行 ( $\vec{F}_g // \vec{r} \Rightarrow r_{\perp} = 0 \Rightarrow \bar{\tau}_g = 0$ ) (如圖4)， $\bar{\tau}_g = 0$ ，且  $\bar{\tau}_g = \Delta\ell / \Delta t$ ，重力無力矩，所以不影響角動量。

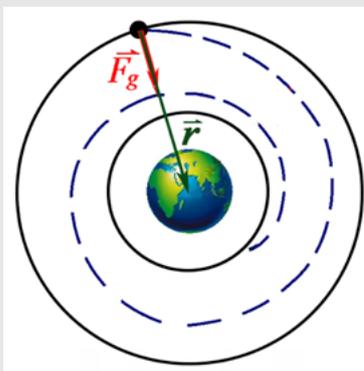


圖 4: 重力無力矩

第5題要判斷同一衛星沿著不同半徑繞行時，是否滿足克卜勒第三行星定律 ( $T^2 \propto r^3$ )。可根據  $F_g = F_c$  先推得速率 ( $v$ ) 與半徑 ( $r$ ) 之關係，進而推證  $T^2 \propto r^3$ ：

$$\because F_g = F_c \Rightarrow v \propto 1/\sqrt{r}, \text{ 且 } T = 2\pi r / v \propto r / v \propto r \cdot \sqrt{r} \propto r^{(3/2)} \therefore T^2 \propto r^3。$$

$$\text{第 6 題同樣透過 } F_g = F_c, \text{ 可推得影響速率的變因: } F_g = F_c \therefore \frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}, v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

，其中衛星的質量 ( $m$ ) 已經消去，故衛星的運行速率 ( $v$ ) 與衛星質量 ( $m$ ) 無關。

**常見錯誤：**部份同學直接套用「等面積定律」在不同軌道的衛星上，顯示出他們對於定律所適用對象的模糊(第4題)。至於重力對角動量的影響，也有許多同學感到困惑，誤以為只要「速率」增加，則「角動量」必然增加，忽略了角動量還受到半徑的影響( $l = mrv \propto rv$ )。

至於克卜勒第三定律( $T^2 \propto r^3$ )，則可分別對兩個不同半徑(階段1&3)，透過力圖分析( $F_g = F_c$ )推導而得(第5題)。所以，此定律與螺旋過程中(階段2)，有空氣阻力的介入無關。換句話說，雖然階段1及3的力學能不相等，但克卜勒第三定律仍然成立。因為其推導的根據( $F_g = F_c$ )，僅考慮兩階段的**狀態**，不涉及**變化過程**。

### 第7~8題

**正確觀念：**要判斷飛機的鉛直加速度方向，可透過  $\bar{a} = \Delta \bar{v} / \Delta t$  來推導。飛機在點5位置的加速度(如圖5)，可比較點5與點6的飛機方向變化。飛機方向代表軌跡的切線方向，也代表其瞬間的速度方向，所以，點5的加速度可由點5與點6的速度變化方向來決定( $\bar{a}_5 // \Delta \bar{v} = \bar{v}_6 - \bar{v}_5$ )， $\therefore$  點5加速度方向： $(\searrow) - (\rightarrow) = (\searrow) + (\leftarrow) = \downarrow$ (第7題)。同理，點8的鉛直加速度方向，須由點9與點8的切線變化來推得： $(\rightarrow) - (\searrow) = (\rightarrow) + (\nearrow) = \uparrow$ 。換句話說，因為點9速度方向比點8還平坦，所以點8的加速度應為向上(才能拉平)。

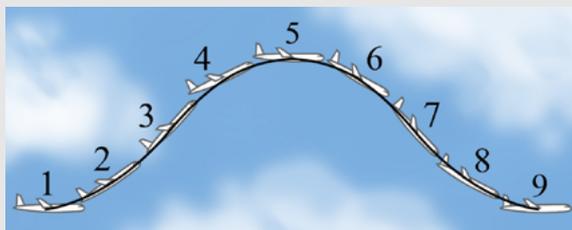


圖5: 飛機軌跡判斷加速度

**常見錯誤：**許多同學將「速度」與「加速度」相混淆，在點5誤選了加速度=0，在點8誤選了**加速度**「向下」。也有人解釋“點5向上的力恰好與重力抵銷，所以加速度=0”，但因飛機的推力未知，所以無法透過  $\Sigma \bar{F} = m\bar{a}$  推得加速度。

### 第9~10題

**正確觀念：**欲判斷飛機內太空人的「失重」範圍，須先釐清「失重」的條件。「失重」：秤重=0，秤重=正向力(N)=0，根據  $\Sigma \bar{F} = m\bar{a} \Rightarrow F_g - N = ma$ ，失重時  $N=0$ ， $= F_g = mg = ma$ 。又因飛機高度遠小於地球半徑，所以 [ $\therefore$  合力 =  $F_g = mg = ma \Rightarrow a = g$ ]。因此飛機失重時[合力=mg]，加速度=g(向下)，合力與加速度皆不為零(第10題)。要製造失重的條件，飛機僅需要關掉引擎，則此時飛機僅受到重力作用(加速度=g，向下)，即達到失重狀態。因此，經由第7、8兩題判斷加速度方向的技巧。從點3~點7範圍內飛機的加速度皆為向下，所以失重範圍應為點3~點7之間(第9題)。

**常見錯誤：**很高比例的學生誤選了點 6~8 或點 5~7 為失重範圍。推理時，多數學生雖然掌握了“失重時加速度向下”的概念，但因無法從軌跡判斷加速度方向而答錯。第 9 題也再次顯露出學生將「速度」與「加速度」相混淆的盲點。

至於失重時的「加速度」與「合力」是否為零的問題（第 10 題），大約有一半的學生誤將「失重」與「合力=0」畫上等號。因此，釐清「重量」與「重力」的不同，是很必要的。重量 = 秤重，當物體有加速度時，重量 ≠ 重力，透過基本的力圖分析 ( $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$ )，可以有有效的區分「重量」（秤重）與「重力」的不同。至於失重時的加速度，則多數學生認為不為零。因此，有相當比例的學生同時抱持著合力 = 0，但加速度 ≠ 0 的分歧概念，透露出對  $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$  定律的盲點。

## 不當推理及有效策略

綜綜合上述剖析，本單元試題所涉及的概念推理技巧，需注意以下四點：

首先，有些概念涉及**多項變因**，推理時需要掌握所有變因的影響。例如，根據「功能定理」來判斷系統「動能」的變化（第 1, 2 題）。其中同時涉及空氣阻力作負功，及重力作正功，因此無法判斷「動能」會增加或減少？同理，當位能減小，而動能卻增加時，也無法判斷「力學能」的變化（第 1, 3 題）。要順利得解，須尋求其它的定律，如力圖分析 ( $F_c = F_g$ )。

其次，本單元再次透露出學生對相關物理量的混淆，如：「速度」與「加速度」間的混淆，學生會以飛機的切線方向，當成加速度方向（7, 8 題）；又如：「重力」與「重量」的區別，失重 ≠ 失去重量，合力 ≠ 0（第 9, 10 題）。

第三，要掌握定律的適用的條件，有時需透過數學證明才能確定。例如：「等面積定律」、「角動量守恆」，「克卜勒第三定律」( $T^2 \propto r^3$ )（第 4~6 題）。這些雖然都屬概念判斷，但在概念推理過程，仍需透過相關的公式，進行簡單的數學推導，才能掌握定律是否成立。再一次凸顯了「**概念推理**」與「**物理公式**」，需要緊密結合的關係。

最後，概念推理的過程，需根據題目的已知，選擇適用的推理工具（定理或公式）才能順利得解。例如：判斷「加速度」( $\vec{a} = \Sigma \vec{F} / m = \Delta \vec{v} / \Delta t$ ，第 7, 8 題)，根據試題已知，只能從速度變化 ( $\Delta \vec{v}$ ) 推得，無法從合力得解。又如：判定「角動量」是否守恆 ( $\vec{\tau} = \Delta \vec{l} / \Delta t$  第 4 題)，必須從力矩來推，無法從速度來判斷。因此，當某項物理量涉及**多重推導途徑**時，需能**選定有效推理途徑**，才能進行概念推理。