

觀念物理－試題

「射鏢槍」統整力學原理



張慧貞 教授

國立彰化師範大學物理系 物理教育組

2000 年於紐西蘭 Waikato University 取得科學教育博士，研究興趣從早期的「互動教學」，逐漸轉移到物理「教材教法」的研發。近年來，主要聚焦於融合多重表徵，包含教具、圖片、照片，來開發觀念試題，根據社會文化觀的學理主張，提供學生周延的教學鷹架，以有效促進學生的概念理解。

「力學」原理包含了 1) 運動學、2) 力圖分析、3) 能量守恆、4) 動量守恆，共四項。面對力學問題時，往往需先從選擇適當的原理開始，才能順利得到解答。本單元透過「射鏢槍」主題，設計出不同情境的問題，協助學生比較「力學」中各項原理的差異，並熟悉彼此的連結。（影片連結：<https://youtu.be/MhWv4525Oxw>）

小試身手



圖 1：射鏢槍統整力學原理

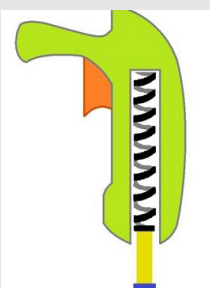


圖 2：射鏢槍內部結構

玩具射鏢槍（如圖 1），是透過槍內部擠壓之彈簧，彈出射鏢後彈出（如圖 2）。（以下所有題目皆忽略空氣阻力）

- 以不同質量之射鏢向下射出（如圖 3），則何者較快射到地面？
(A) 輕的較快 (B) 重的較快 (C) 兩者同時

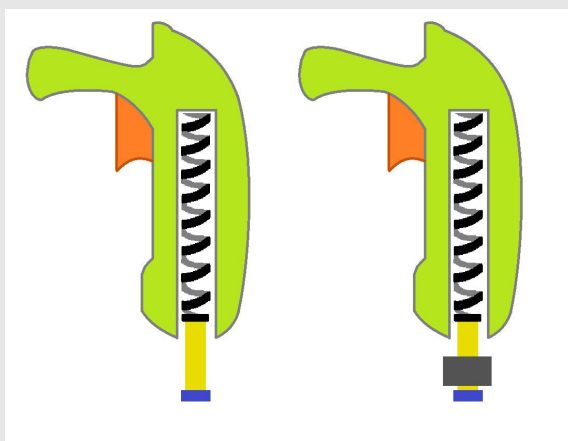


圖 3：落地的快慢

- 判斷第 1 題所需的原理為
(A) 只需力圖分析 (B) 只需能量守恆
(C) 兩者皆需要 (D) 兩者皆不需要

3. 若將射鏢槍“上膛”之彈簧壓縮，由 1 段增為 2 段，使得子彈鉛直射出之初速，增為原來之 2 倍（如圖 4），則射鏢受到槍的「衝量」，應變為原來之幾倍？

(A) 1 倍 (B) 2 倍 (C) 4 倍

4. 承上題，射鏢射出後可達之頂點高度，應為原來幾倍？

(A) 1 倍 (B) 2 倍 (C) 4 倍

5. 承上題，射鏢抵達最高點所需之時間，應為原來幾倍？

(A) 1/4 倍 (B) 1/2 倍 (C) 1 倍 (D) 2 倍 (E) 4 倍



圖 4：鉛直射出

6. 如圖 5 所示，將射鏢槍以不同的傾斜角度向上射擊，若皆能到達虛線位置，則到達時三者速率大小關係為何？

(A) (1)>(2)>(3) (B) (3)>(2)>(1) (C) (1)=(2)=(3)

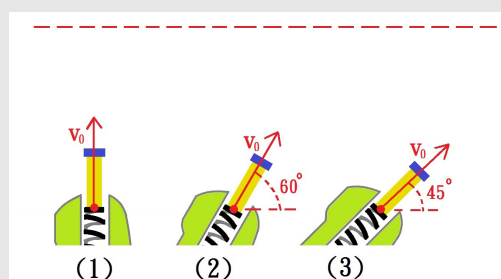


圖 5：斜拋的比較

7. 射鏢槍上的射鏢質量，若增加為原來 2 倍，並水平射出（如圖 6），則射鏢射出之速率應為原來之幾倍？

(A) 1/2 倍 (B) 1/ 倍 (C) 1 倍 (D) 2 倍 (E) 4 倍

8. 承上題，射鏢質量增加後，射出之動能應為原來幾倍？

(A) 1/4 倍 (B) 1/2 倍 (C) 1 倍 (D) 2 倍 (E) 4 倍



圖 6：水平射出

9. 承上題，射鏢射出之動量應為原來幾倍？

(A) 1/2 倍 (B) 1/ 倍 (C) 1 倍 (D) 2 倍 (E) 4 倍

10. 承上題，射鏢由相同高度射出後，落地時的水平射程（如圖 7）應為原來幾倍？

(A) 1/4 倍 (B) 1/2 倍 (C) 1/ 倍 (D) 1 倍 (E) 2 倍

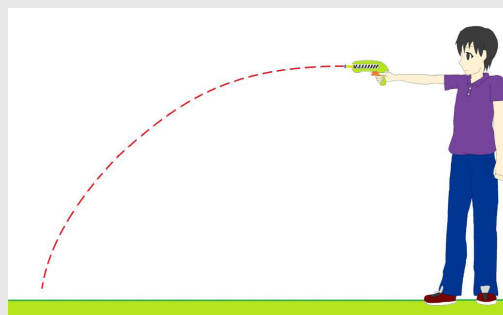


圖 7：水平射程比較

觀念物理－解答

「射鏢槍」統整力學原理

詳解與困難剖析

針對「射鏢槍」(如圖 1、圖 2)統整力學的問題，每題的正確答案、常見錯誤選項、及試題難度，列於表 1，並說明如下。(影片連結：<https://youtu.be/MhWv4525Oxw>)



圖 1：射鏢槍統整力學原理

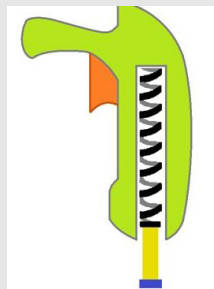


圖 2：射鏢槍內部結構

表 1：各題之正確答案、常見錯誤、及題目難度

題號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
正確答案	A	B	B	C	D	C	B	C	D	C
常見誤答	C	A	無	B	B	A	A	B	C	B
難度	中	難	易	中	中	難	難	難	難	難

本單元雖然都是射鏢槍的主題，但所涉及的變因及情境並不一致，所需的原理就不相同，包含「鉛直下拋」(第 1、2 題)、「鉛直上拋」(第 3~5 題)、「斜拋」(第 6 題)、及「平拋」(第 7~10 題)，正確觀念與常見錯誤說明如下：

第 1、2 題

正確觀念：不同質量的射鏢往下射(如圖 3)所需的時間，須考量兩個步驟：1) 射鏢內受彈簧加速彈出、及 2) 彈出後受重力自由落體。後者(自由落體)可透過「力學能守恆」 $\Delta U_g = \Delta E_k \Rightarrow mgh = (1/2)m\Delta v^2$ ，或是「力圖分析」 $\Sigma \vec{F} = m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow a = g$ ，皆能得到「速率與質量無關」的推論。但彈簧彈出的過程，則需考慮「彈力位能」(U_{sp})轉換成動能 $U_{sp} = E_k = (1/2)mv^2$ ，因為是同一支槍，彈力位能相同，因此可轉換成相同的動能。所以**質量越輕**的，彈出的初速越大，初速越大者就**越快落地**(第 1 題)[註 1]。兩個過程皆可透過「**能量守恆**」來推導(第 2 題)。

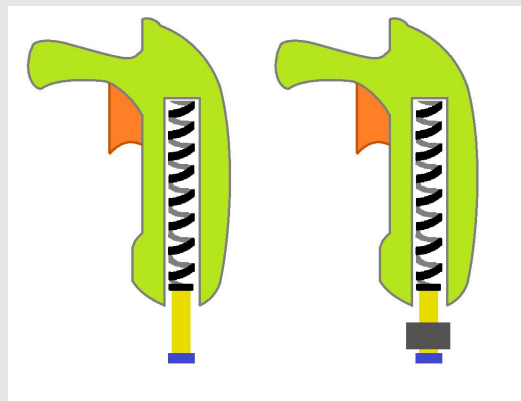


圖 3：落地的快慢

常見錯誤：這兩個表面上看似簡單的問題，實際上卻難倒了許多學生。多數錯誤在於，他們僅考慮到自由落體過程，忽略了彈力加速的部份，而選擇了「兩者同時」落地（第1題）。

即使第1題能聯想到彈力的作用，而正確判斷：「輕的射鏢、較快落地」的同學，也常使用不恰當的「力圖分析」做解釋，例如：“因為 $F=ma$ ，質量越小，加速度越大，所以越快落地”。上述說法的瑕疵在於：質量越輕，加速度雖然越大，但加速時間卻也越長，所以速率不見得較大。因此，單純由「力圖分析」是無法判斷落地的快慢（第2題），還需搭配「運動學」才能推得速率〔註2〕。

第3題

正確觀念：「衝量」（ \vec{J} ）的原因來自作用力（ \vec{F} ） $\vec{J} = \vec{F} \cdot \Delta t$ ，再根據力（ \vec{F} ）對動量變化（ $\Delta \vec{p}$ ）的效果 $\vec{F} = \Delta \vec{p} / \Delta t$ ，推得「衝量 = 動量變化」（ $\vec{J} = \Delta \vec{p} = m\Delta \vec{v}$ ），所以速率變2倍，所受的衝量也是2倍。

常見錯誤：本題答對率頗高，顯示出學生對於「衝量 = 動量變化」的連結。但是，學生們是否已全面掌握「力→衝量→動量變化」的「因果關係」，或僅止於對公式的背誦，還有待其它題目的檢測。

第4、5題

正確觀念：判斷初速增為2倍的上拋過程（如圖4），所能抵達之高度（第4題）與飛行時間（第5題）。這兩題皆可透過「運動學」推導，因為鉛直上拋過程，加速度皆為 g （向下），藉由 $v_0^2 = 2gh$ 可推得高度（ h ）與初速（ v_0 ）的關係（ $h \propto v^2$ ），所以高度變為4倍（第4題）。本題也可透過「力學能守恆」得到相同結果： $mgh = (1/2)mv^2 \Rightarrow h \propto v^2$ 。至於飛行時間（第5題）則可透過之運動公式，得到時間（ t ）與初速（ v_0 ）成正比，所以時間為2倍。



圖4：鉛直射出

常見錯誤：這兩題屬於運動學的基本題，難度不算高。高度判斷（第4題）的錯誤，在於誤以「正比」（ $h \propto v_0$ ）關係取代了「平方正比」；而「飛行時間」（第5題）則誤以為「速率越快，時間越短」（ $t \propto 1/v$ ），忽略了飛行高度（ h ）並不相等的變因。

第6題

正確觀念：本題利用「力學能守恆」，可以快速判斷出不同拋射角，到達虛線的速率皆相等的結論（如圖5）。因為初速相等，初動能相同，虛線的高度相同，後來的位能也相同，所以，「末動能」也會相同（ $E_{k末} + U_{g末} = E_{k初}$ ）。因為是根據「能量守恆」屬於純量推理，所以末速與拋射角度無關。

常見錯誤：本題難度相當高，多數學生誤選了(A)，反應出「初速越陡，末速越大」的誤解。部分學生解釋說：“(因為)垂直分量越大，殘留越多”或“角度越陡，(飛行)時間越久”的敘述，都透露出學生採用了**向量**推理，可能引用「力圖分析」或「運動學」原理，推導的複雜度比「能量守恆」高出許多。

第 7~9 題

正確觀念：探討射鏢質量增為 2 倍，水平射出後的「速率」(第 7 題)、「動能」(第 8 題)、及「動量」(第 9 題)(如圖 6)。首先需確定是否有守恆的物理量？因為是同一支槍，所以槍內的彈力位能不變，發射過程會完全轉變為射鏢的動能 $U_{sp}=E_k$ (如第 1 題)。所以先確定的是「**動能**」不變(第 9 題)，再根據動能的定義，推得速率與質量的關係： $E_k = (1/2)mv^2 = \text{定值} \Rightarrow v \propto 1/\sqrt{m}$ ，當質量變 2 倍，「速率」變 $1/\sqrt{2}$ 倍(第 7 題)。最後，也能推算「動量」的倍數了：

$\vec{p} = m\vec{v} \Rightarrow 2 \times (1/\sqrt{2}) = \sqrt{2}$ 倍(第 8 題)。因此，只要確定出守恆的量，其他物理量的推算都算簡單。



圖 6：水平射出

常見錯誤：本題組的答對率相當低，常見的問題集中在誤以為**動量守恆**，再以此推算速率及動能，後續的推導邏輯雖然正確，但因一開始選錯了「守恆定律」，導致整個題組全錯的窘境。

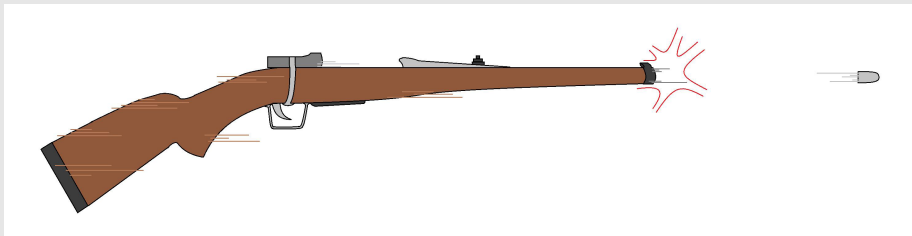


圖 7：子彈與槍的動量守恆

學生會誤認為「動量守恆」的原因，可能是與課堂所學過的來福槍(如圖 7)做了不當的連結。來福槍子彈發射時，只有子彈與槍之間的內力，沒有外力，根據 $\vec{F} = \Delta\vec{p}/\Delta t$ 公式，[槍 + 子彈]系統在子彈射出前/後，總動量守恆($\because \vec{F} = 0 \therefore \Delta\vec{p} = 0$)，因此子彈射出與槍反彈，兩者之動量相等。

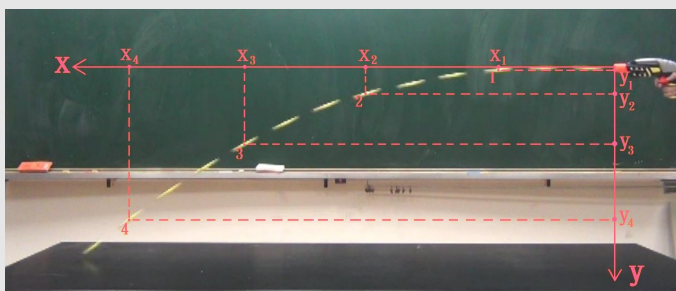
然而，本題僅單獨探討射鏢本身，所受的外力不為零，動量也就不守恆($\because \vec{F} \neq 0 \therefore \Delta\vec{p} \neq 0$)。將本題聯想到「動量守恆」的人，不但顯示出他們對於守恆**條件**的漠視，也錯用了守恆的**對象**，這兩者都是掌握「守恆定律」的要點。

本題組除了誤用「動量守恆」之外，也可能單純透過「 $F=ma$ 」，因為彈力不變，進而推出速度與質量之關係($\because F = ma \Rightarrow a \propto 1/m \Rightarrow v \propto 1/m$)，忽略了彈出過程的時間會隨射鏢質量而變，質量越大，加速時間越久，所以由 $F=ma$ 推導出加速度(a)的倍數之後，還需引入運動學($v = at$)，才能得到速率(v)的倍數。無論是採用「 $F=ma$ 」或「動量守恆」，都會選了速率 1/2 倍，動量 1 倍，動能 1/2 倍的錯誤選項。

第 10 題

正確觀念：承上題，探討水平射程時，

因初速已確定為 $1/\sqrt{2}$ 倍 (第 7 題)，所以可引用運動公式，將平拋軌跡分為鉛直 (y 軸) 與水平 (x 軸) 兩個分量來分析 (如圖 8)。鉛直為初速為零的自由落體，加速度 ($a=g$) 與射鏢質量無關，相同的高度落下飛行時間相同。而水平則維持



等速，水平射程為 $x = v_0 t$ (t 相等)，所以水平射程僅與初速有關 ($x \propto v_0$)，水平射程也是 $1/\sqrt{2}$ 倍。

常見錯誤：本題主要的困難包含：1) 未能根據「能量守恆」，掌握速率變化 (第 7 題)，2) 無法透過鉛直運動為「自由落體」，推出飛行時間不變。因此，需要整合「能量守恆」及「運動學」公式，涉及原理的複雜度及難度皆相當高，是本份學習單最難的問題。

不當推理及有效策略

綜合以上試題剖析，常見的錯誤歸納如下：

- (1) 對於「守恆定律」的不熟悉，包含適用**條件 (why & when)**，與守恆的**對象 (what)**，也可能受到相似情境的誤導而濫用。例如：第 7~9 題應該採用「能量守恆」，卻誤以為是「動量守恆」。
- (2) 適用的原理可能有多重選擇，但複雜度差異頗大。例如：比較不同質量的射鏢下拋的 (第 1, 2 題)，可以用「能量守恆」，也可以用「力圖分析 + 運動學」，但後者的代數推導較為複雜。另外，第 6 題 (斜拋) 若以「能量守恆」，因僅涉及**純量**推理，其複雜度將比「力圖分析 + 運動學」的**向量**分析簡單許多。
- (3) 順利推理，也可能需要整合多項原理，例如：比較不同射鏢質量的水平射程 (第 10 題)，需要整合「能量守恆」與「運動學」。前者是純量推導，後者則需切割成兩個垂直分量，推理流程因涉及**視野的切換**，而大大提高了試題的難度。
- (4) 有時，其實是對了一半，但因沒能顧及所有的變因或過程，導致錯誤作答。例如：第 5 題正確選擇了「運動學」，來探討上拋過程的「初速」與「飛行時間」的關係，卻沒能分辨是高度固定 ($t \propto 1/v$)，或是加速度固定 ($t \propto v$)。另外，往下射出的過程 (第 1 題)，正確考慮到自由落體與質量無關，卻未考慮在槍內受到彈簧加速的過程。因此，物理觀念的推理需要具備很嚴謹的邏輯能力，這也是學習物理可以強化的成效。

本單元利用「射鏢槍」的主題，統整力學相關的原理，包含「運動學」、「力圖分析」、「能量守恆」、「動量守恆」。提供機會讓學生**分辨**不同原理的差異，並熟悉相關原理**整合**的作法。理解物理不能僅僅逐一學習每一項原理，還需回頭統整相關的原理，體會原理之間的關係，才能見樹又見林，建構出大單元的概念架構。

註 1：第 1 題參考 Hewitt, P. (2001). Spring-loaded dart guns. *The Physics Teacher*, 39, 74-74.

註 2：Hewitt 在第 1 題解答中誤用了 $F=ma$ 得到「質量越小，速度越快」的推論，後來被讀者修正。請參閱 Weinstock, R. (2001). Figuring the dart gun. *The Physics Teacher*, 39, 262-263.