

觀念物理－解答 真假「歐姆定律」

詳解與困難剖析

針對「歐姆定律」的意義與應用，上述試題的正確答案、常見錯誤選項、及試題難度，列於表 1，並說明如下。

表 1：各題之正確答案、常見錯誤、及題目難度

題號	1	2	3	4	5	6	7	8	9
正確答案	B	C	C	C	A	C	C	B	D
常見誤答	C	A	B	B	X	A	A、B	C	A、C
難度	難	易	中	中	易	易	中	中	難

第 1、2 題

正確觀念：首先，需釐清「歐姆定律」與「 $R=V/I$ 」的關係，「歐姆定律」指的是電阻上的電位差 (V) 與電流 (I) 之間，維持正比關係 ($V \propto I$) 的現象；而「 $R=V/I$ 」則是對於電阻值 (R) 的定義 (透過電流與電位差)。

當元件滿足歐姆定律時，因 $V \propto I$ ，套入電阻的定義 ($R = V/I$)，則電阻值 R 會維持常數，不隨外加電壓而改變。但在真實情況中，多數的金屬絲電阻，其電阻會隨溫度 (T) 的上升而增加。所以，外加電壓增大時，會提高電阻消耗的電功率 (P)，使電阻升溫，進而使其電阻值增大 ($V \nearrow \Rightarrow P \nearrow \Rightarrow T \nearrow \Rightarrow R \nearrow$)。因此，此種電阻的 V-I 關係圖，將呈現如圖 1 的曲線 (而非直線)。

當電阻不符合「歐姆定律」時 (如：鎢絲，電阻值會隨電壓而變)，仍然可以套用電阻的定義，以 $R = V/I$ 來推算其電阻值。

在 S 點時，根據電阻值的定義 ($R = V/I$): $R = V/I = 60 \text{ V}/0.3 \text{ A} = 200 \Omega$ (第 2 題)。所以，在 S 點的電阻值 (R) 為 V/I 比值 (如圖 2 的虛線所示)。但 V/I 比值，是 S 點到原點連線的斜率 (如圖 2 的虛線)，並不等於關係曲線在 S 點的斜率。因為曲線斜率是 dV/dI (如圖 1 的紅色線所示)，比較圖 2 中兩者的斜度，可以判斷 V/I (虛線) 應小於 dV/dI (紅線) (第 1 題)。

常見錯誤：許多同學誤將 V/I (到原點斜率)，及 dV/dI (曲線斜率) 混為一談，以為兩者必然相等 (第 1 題)。事實上，當 V-I 關係圖呈現曲線 (而不是直線) 時，則 V/I 與 dV/dI 就不會相等，且根據電阻值的定義: $R = V/I$ (大小之比，而非變化量之比)。

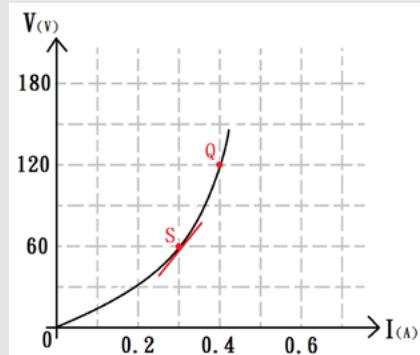


圖 1: 燈絲的 V-I 關係圖

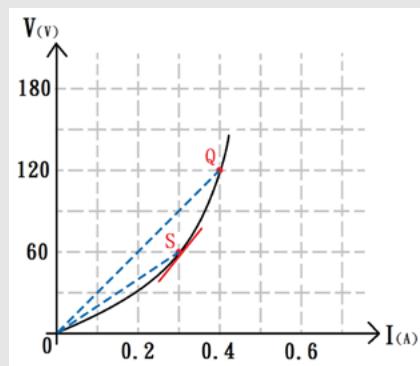


圖 2: 電阻值的推導

部分同學對於 V/I 以及 dV/dI 的混淆，可能受到其他物理量定義的影響，例如：速率 $v = ds/dt$ ；加速度 $a = dv/dt$ ；功率 $P = dW/dt$ 。上述物理量的確需透過**變化量比值**（曲線斜率）來推算，才能得到瞬間值，若以大小比值計算，則推得的是平均值，如： $s/t =$ 平均速率。然而，電阻值的定義則不同於上述，需直接以大小比值，來定義任一外加電壓時的電阻值 ($R = V/I \neq dV/dI$)。

第 3、4 題

正確觀念：電功率 (P) 的定義是“單位時間 (Δt) 所消耗的電能 (ΔU)”， $P = \Delta U/\Delta t$ ，其中的電能可以由電壓 (V) 與流過的電量 (Δq) 相乘而得 $\Delta U = V \cdot \Delta q$ ，兩式整合後，可以得到電功率 $P = \Delta U/\Delta t = (V \cdot \Delta q)/\Delta t = V \cdot (\Delta q/\Delta t) = VI$ 。因此 $P = IV$ 是透過 $P = \Delta U/\Delta t$ 的定義直接推導而得（的定義）。即使電阻值不是常數，或電流、電壓不保持定值時， $P = IV$ 仍可以代表任一 I 、 V 值時的電功率。同時，從第 2 題得知 $R = V/I$ 也是定義，因此整合兩定義： $P = IV$ ，及 $R = V/I$ ，可得 $P = IV = I^2R = V^2/R$ ，三個等式皆是定義，即使電阻違反歐姆定律，上述公式皆可適用。因此，燈泡在 S 點的電功率 (P_s) 等於 IV ，也等於 V^2/R （第 3、4 題）。

常見錯誤：第 3 題，多數的錯誤集中在 $P < V^2/R$ 的選項，此一錯誤可能與學生對 S 點電阻值的誤解有關。學生的作答解釋中透露出，他們誤以為 S 點的電阻等於曲線斜率 ($R_s = dV/dI$)，且 V/I 代表平均電阻 ($V/I = R$)，因 $R_s > R$ ，所以 $P_s = V^2/R_s < V^2/R$ 。此一推論在數學邏輯上雖然沒錯，但卻是對於電阻意義的誤解。 $R = V/I$ 就是任一 V 、 I 的電阻值，而非平均值，至於 dV/dI 則是無意義的。

至於 $P_s = V^2/R = IV$ 的等號關係，則獲得較多同學的認同，但也有人誤以為 $P_s = V^2/R_s < V^2/R$ ，卻又認同 $V^2/R = IV$ ，而推出 $V^2/R < IV$ 的結果（第 4 題），顯示其邏輯上的矛盾。

第 5~7 題

正確觀念：比較 Q 點與 S 點時的電阻大小（第 5 題），根據 $R = V/I$ ，電阻值由這兩點到原點的**直線斜率**（而非曲線斜率）決定，從圖 2 可以看出，通過 Q 點的虛線斜率較 S 點大，因此 $R_Q > R_s$ 。

至於 Q、S 兩點的電功率 (P) 比較，由第 3、4 題可知 $P = IV = V^2/R$ 等式皆成立，與歐姆定律是否成立無關（第 7 題）。所以可以直接觀察圖 1，透過 $P = IV$ ，因 $V_Q = 2V_s$ ，且 $I_Q < 2I_s$ ， $\therefore P_Q < 4P_s$ （第 6 題）。

常見錯誤：第 5 題，雖然絕大多數的同學都能正確判斷 $R_Q > R_s$ ，但從作答解釋中發現，部分答對的同學其實是缺乏 $R = V/I \neq dV/dI$ 概念的，他們誤以 Q、S 兩點的**曲線斜率**來做比較，誤打誤撞，仍選了正確的答案。

至於錯誤判斷電功率 (P_Q 與 P_S) 關係的主要困難，在於他們認為 $V = IR$ 已經因電阻不是常數而失效，所以連帶懷疑 $P = IV$ 及 $P = V^2/R$ 兩式的適用性（第 6、7 題）。有學生解釋：“不能直接使用 V 來決定 P ，因為過程中 I 與 R 不符合 $V = IR$ ，故不能直接使用，要帶入解 $R = dV/dI$ ，並分開找出各自對應的 I 及 R ”。

第 8、9 題

正確觀念：當燈泡鎢絲外加電池時，鎢絲表面會感應出電荷，其分布情況如圖 3 所示，靠近電池兩端的電荷分布較密集，中間較疏。這些感應電荷 ($\pm q$) 會在鎢絲電阻兩端之間產生電場 (E) 及電位差 (V)，因為 E 、 V 而在電阻內驅動電流 (I)；也因為有電流 (I) 通過電阻而消耗電功率 (P)。換句話說，導體電阻上的因果流程為： $\pm q \Rightarrow E \cdot V \Rightarrow I \Rightarrow P$ ，因此， V 是 I 的原因，且 I 是電功率 (P) 的原因（第 8 題）。

根據上述之因果關係，因為 $V \Rightarrow I$ (V 是 I 的原因)，所以電阻 (R) 上若有電流，則必然有電位差 (V)；但有 V 却不必然有 I （有“因”不一定有“果”）。例如：圖 4 的電路，A、B 間形成斷路（電阻 $R \rightarrow \infty$ ），但電路已外加電池，電池會在斷路兩端感應 $\pm q$ ，使得斷路兩端形成電位差。至於 A、B 間電位差的大小，先根據 $I = V/R$ ，因為電路形成斷路 ($R \rightarrow \infty$)， $I = 0$ ，所以燈泡上的電位差 $V = 0$ ，再根據「克希荷夫定則」：迴路的總電壓等於零 ($\Sigma V = 0$)，所以所有電池的電壓都降在斷路之處，A、B 間的電位差等於 10 V（第 9 題）。

常見錯誤：相當高比例的同學，誤以為是電阻上有電流通過，才會有電位差，也就是 I 是 V 的原因（第 8 題）。此一錯誤的因果解釋，可能源自於對 $V = IR$ 公式的誤解，以為等號左邊的 V 是右邊 (I 、 R) 的結果，事實上，物理公式並不能顯示等號兩端的因果關係，例如： $P = IV$ ， P 是 I 、 V 的結果；而 $V = IR$ ， V 是 I 的原因。

對於電路中 V 及 I 的因果混淆，也可能進一步影響第 9 題的作答，若誤以為 V 是 I 的結果 ($I \Rightarrow V$)，則因電路為斷路，電流 $I = 0$ ，再根據 $V = IR \Rightarrow V \propto I$ ，所以很多人對於 A、B 間電位差，誤選了 $V = 0$ 的選項。在數學上，雖然 $V = IR$ $V \propto I$ 的關係沒有錯，但當 $I = 0$ 時， $V \neq 0$ （因為 $R \rightarrow \infty$ ）。

另外，也有一些人選了 $V = 5 V$ ，可能是受到「分壓定則」的影響，根據 $V = IR$ ，同電路中任兩點的 V 與 R 成正比。以為 A、B 間分配到電路中兩顆燈泡的一半 ($R/2$)，所以電壓也是外加電壓的一半，卻忽略了 A、B 間還包含斷路 ($R \rightarrow \infty$) 的部分，所以所有外加電壓，應該全部降在斷路之處 (A、B 間)（第 9 題）。

荷 ($\pm q$)，其分布情

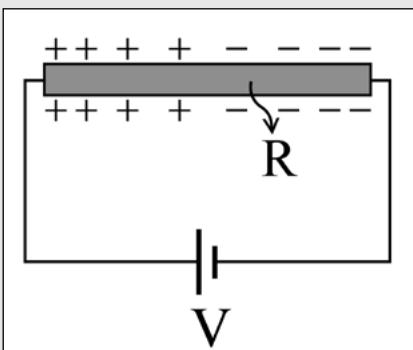


圖 3: 電阻的電荷分布

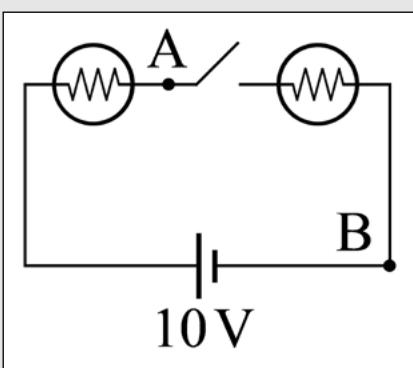


圖 4: 斷路時的電位差

不當推理及有效策略

綜合上述，可歸納出下幾點概念要點及常見的盲點：

1. **定義 ≠ 定律**：「歐姆定律」是描述電阻值，不隨外加電壓電流改變的規律性 ($V \propto I \Rightarrow R = \text{常數}$)，而「 $R = V/I$ 」公式則是電阻值的**定義**。許多導線電阻的電阻值都會隨外加電壓、電流而改變，因而違反「歐姆定律」，但仍然可以用「 $R = V/I$ 」的定義來推算其電阻值(第2、5題)^[註1]。同理，常見的電功率公式： $P = IV = I^2R = V^2/R$ 也是透過功率(P)、電能(ΔU)、與電阻(R)的**定義**推導而得。因此也算是定義，無論歐姆定律是否適用(R 、 V 、 I 是否改變)，上述三個等式也都會成立(第3、4、6、7題)。
2. $R = V/I \neq dV/dI$ ：電阻值隨外加電壓而改變時，V-I關係圖將呈現曲線，則不同電壓時的電阻值： $R = V/I \neq dV/dI$ 。電阻值並不等於曲線斜率，而是該點位置到原點連線的斜率。絕對值之比(V/I)與變化量(dV/dI)之比，兩者並不相等，需要釐清(第1、2題)^[註2]。
3. 無論電阻是否符合歐姆定律， $R = V/I$ (或 $V = IR$)的定義皆成立。但對於特殊情況，如斷路($R \rightarrow \infty$)時，沒有電流通過($I = 0$)，則無法從 $V = IR$ 推導出電位差(V)的大小，需要尋求其他的物理原理。如第9題，需引入「克希荷夫定則」才能推出A、B間的電位差。此時 $V = IR$ 無效，並非違反物理概念的條件，而是數學推導上的限制。
4. 雖然物理定律(或定義)經常透過公式來展現，但公式往往只能表現物理量彼此的數學關係，無法展現彼此的因果關係。很多同學誤解了 $V = IR$ 公式中， V 與 I 的因果關係(第8題)，導致誤判了公式中的物理量的大小(第9題)。因此，學習物理原理，不能只著眼在公式及數學運算，還須透過文字及圖形的解釋，也需搭配許多不同實例的詮釋，才能夠深入理解其內涵。
5. 最後，回答一下本單元的標題：真、假「歐姆定律」？本單元探討燈泡鎢絲的電阻(R)、電位差(V)、電功率(P)，所根據的原理**都與「歐姆定律」的內容無關**，上述試題都是**假的**歐姆定律。換句話說，即使沒學過歐姆定律，仍然可以掌握本單元所需的所有原理概念，包含：電阻定義、電功率定義、克希荷夫定則。

註¹ T O'Sullivan, C. (1980). Ohm's law and the definition of resistance. *Physics Education*, 15(4), 237.

註² Kaltakci, D. (2013). What does equation $I = V/R$ mean to students? *Physics Education*, 48(3), 279-281.