

氣壓公式總動員

解析

詳解與困難剖析

本單元所有試題的正確答案、常見錯誤、及難度，如表 1 所示：

題號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
正確答案	A	C	C	C	C	C	A	B	B	A
常見誤答	D	A、B	A	B	A	D	C	C	X	B
難度	中	難	中	中	中	難	難	難	易	難

表 1：各題之正確答案、常見錯誤、及題目難度

第 1~5 題

正確觀念：如圖 1，氣象用氣球，升到高空時的體積 (V)，根據「理想氣體方程」 $PV = nRT \Rightarrow V = nRT / P$ ，因此氣球體積 $V \propto T / P$ (假設氣球內、外之溫度 (T) 及氣壓 (P)，皆保持相等)。因高空的 T 與 P 皆會減小，所以無法判斷氣球體積變化。但因已知高空的大氣密度 (ρ) 較稀薄，所以根據：

$$P = \frac{nRT}{V} = \frac{\rho RT}{M}; V = \frac{nRT}{\rho RT} M; \boxed{V \propto 1/\rho} \dots(1)$$

(氣球體積與大氣密度成反比)

因高空的大氣密度 (ρ) 較小，所以氣球體積 (V) 增大 (第 1 題)。

接著，探討氣球浮力，根據公式 $F_B = \rho_{\text{大氣}} \cdot V_{\text{氣球}} \cdot g$ ，

其中 $V_{\text{氣球}}$ 可根據 $PV = nRT \Rightarrow V_{\text{氣球}} = nRT / P \dots(2)$

而 $\rho_{\text{大氣}}$ 則透過 $PM = \rho RT \Rightarrow \rho_{\text{大氣}} = PM / RT \dots(3)$

因此， $F_B = \rho_{\text{大氣}} \cdot V_{\text{氣球}} \cdot g \Rightarrow F_B = (PM / RT)_{\text{大氣}} \cdot (nRT / P)_{\text{氣球}} \cdot g = M_{\text{大氣}} \cdot n_{\text{氣球}} \cdot g = \text{常數} \dots(4)$

(4) 式顯示，推導浮力 (F_B) 時，溫度 (T) 及壓力 (P) 兩個變數，皆各自出現在分子與分母，可以互相抵銷。所以，浮力僅與大氣分子量 (M) 及氣球莫耳數 (n) 有關，氣球升到高空，浮力維持不變 (第 2 題)。[註 1]



圖 1：高空氦氣球

若僅考慮高空之氣壓 (P) 減小，得知氣球體積 ($V_{\text{氣球}}$) 增大 [(2) 式]，大氣密度 ($\rho_{\text{大氣}}$) 減小 [(3) 式]，兩者相乘，(分子與分母同時有 P ，可相抵銷) 推得浮力不變 [(4) 式] (第 5 題)。同理，僅考量高空溫度 (T) 降低時，則推得 $V_{\text{氣球}}$ 減小 [(2) 式]、且 $\rho_{\text{大氣}}$ 增大 [(3) 式]，且 $V_{\text{氣球}}$ 與 $\rho_{\text{大氣}}$ 成反比 [(1) 式]，得到浮力不變 [(4) 式] (第 4 題)。

因此，推導浮力 ($F_B = \rho_{\text{大氣}} \cdot V_{\text{氣球}} \cdot g$) 的過程，需整合 $PV = nRT$ 及 $PM = \rho RT$ 兩個公式，前者判斷 $V_{\text{氣球}}$ ，而後者確定 $\rho_{\text{大氣}}$ ，推得浮力之影響變因 (第 3 題)。

常見錯誤：判斷高空氣球的體積 (V) 及所受浮力 (F_B)，如何隨著大氣的壓力 (P)、密度 ($\rho_{\text{大氣}}$)，及溫度 (T) 而變化時，同學經常只引用 $PV = nRT$ 公式，沒能結合 $PM = \rho RT$ 。同時，也未能完整考量所有變因。

例如：第 1 題，有學生解釋“(根據) $PV = nRT$ ，高空氣壓較低，所以體積變大”($P \searrow \Rightarrow V \nearrow$ ，此一推論並未考慮到溫度 (T) 也是影響的變因)。另有人雖能考量到 P 、 T 皆會影響 V 但僅採用 $PV = nRT$ 公式，因而推得“無法判斷體積”。其錯誤在於沒能結合 $PM = \rho RT$ 公式，將 P 、 T 兩變因刪除，就能得到 $V \propto 1/\rho$ 的結論。

至於高空氣球浮力 (F_B) 的判斷 (第 2 題)，常見盲點則包含：(1) 平衡的濫用：以為氣球浮力必等於氣球重量，故維持定值；(2) 僅考慮“氣球體積膨脹，所以浮力增加”($V_{\text{氣球}} \nearrow \Rightarrow F_B \nearrow$)；或是僅考慮大氣密度減小，所以浮力減小 ($\rho_{\text{大氣}} \searrow \Rightarrow F_B \searrow$)，兩者皆忽略了另一項變因。

同樣地，在分別判斷大氣壓力 (P) 及溫度 (T) 對浮力影響時 (第 4、5 題)，學生也常侷限於其中一項變因 ($V_{\text{氣球}}$ 或 $\rho_{\text{大氣}}$) 的探討。例如：“高空氣溫降低，則(氣球)體積縮小，所以浮力減小”；“ $T \searrow \Rightarrow \rho_{\text{大氣}} \nearrow \Rightarrow$ 浮力越大”；“高空氣壓下降， V 升，浮力增大”，再再顯示出學生無法掌握全部變因的盲點。

至於判斷浮力所需的公式 (第 3 題)，則再次重複前面的盲點，包含：(1) 平衡的濫用，如：“浮力 = 物重”，不需由公式推得”；(2) 侷限其中一項變因，如：“浮力需考慮體積 (V) 變化，所以 $PV = nRT$ 即可”；“因為 n 為未知，且大氣平均分子量 (M) 為定值，所以可用 $PM = \rho RT$ ”。上述兩種推理解釋，皆僅分別考慮到 $V_{\text{氣球}}$ 或 $\rho_{\text{大氣}}$ ，沒能兼顧兩者。

第 6~8 題

正確觀念：考量高山氣壓 (P) 變化，可以分別採用兩種**氣體壓力**的模型：

- (1) **重力模型**： $P = F_g / A \Rightarrow P = \rho gh \Rightarrow$ 考慮密度隨厚度而變 $\Rightarrow P = \int \rho_h \cdot g \, dh \dots (5)$
 根據 (5) 式 (如圖 2 所示)，氣壓 (P) 僅與大氣厚度 (h) 及空氣密度 (ρ) 有關，與溫度 (T) 無關。此一**重力模型**探討氣體壓力，是根據氣體受重力而造成氣壓，採取「巨觀視野」(macroscopic perspective)，因此**僅適用於大氣壓力**，不能用在密閉容器內的氣壓 (因密閉氣體之氣壓，忽略重力的影響)。
- (2) **碰撞模型** (氣體動力論)：(氣體壓力) $P = (\Delta p / \Delta t) / A$ (單位面積之動量時變率)
 $\Rightarrow PM = \rho RT$ (或 $PV = nRT$) $\Rightarrow P = \rho RT / M \dots (6)$
 氣壓 (P) 僅與該位置之空氣密度 (ρ) 及溫度 (T) 有關，與高空高度 (h) 無關。

碰撞模型是依據氣體碰撞器壁所造成的力而推得，採取「微觀視野」(microscopic perspective)，可同時適用於封閉容器或大氣壓力。

綜合上述兩種模型，高山的大氣壓力較低，可以根據 (5) 式 (重力模型)，因為高度高 (大氣厚度小， $h \searrow$)，且空氣密度較小 ($\rho \searrow$) 推得氣壓小 ($P \searrow$)。也可根據 (6) 式 (碰撞模型)，因為空氣密度小 ($\rho \searrow$)，且溫度低 ($T \searrow$)，所以氣壓低 ($P \searrow$)。但是，**兩種模型觀點不相容，所涉及的變因各不相同，不可混用**。第 6 題的選項中，只有溫度與密度 (ρ 、 T) 兩個變因的組合，滿足上述結論 [(6) 式]，屬於「碰撞模型」(第 7 題)。

如果考量高山之高度高 ($h \searrow$)，則屬於「重力模型」，根據 (5) 式需搭配空氣的密度 (ρ)，才能推得對氣壓 (P) 之影響 (第 8 題)。

針對同一情境的同一物理量 (如：氣壓)，同時有**兩種不相容模型**來詮釋，且考量的變因也不同，但可推得一致的結論。這種雙重模型的現象，在物理上並不常見，「大氣壓力」是其中一例。

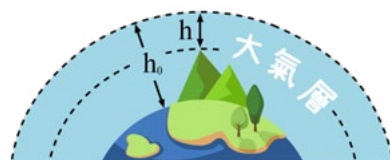


圖 2：高山氣壓與高度

常見錯誤：多數學生考慮高山氣壓的變因時 (第 6、8 題)，皆同時涵蓋了溫度 (T)、高度 (h)、及密度 (ρ) 三個變因。同時也明確表達，他們整合了「重力模型」及「碰撞模型」來推理 (第 7 題)。

作答解釋中，學生透露出幾項盲點：(1) 同時結合「碰撞模型」與「重力模型」，卻沒能體會這兩種「理論模型」的不相容性。例如“(i) T 降，粒子動能降， P 降、(ii) 高度高，重量降、 P 降、(iii) 密度低，單位時間所受的衝量減低， P 降”。上述推理每一段皆正確，但 (ii) 與 (i)(iii) 的模型並不相容，不能 (也不需要) 整合。(2) 也有人單純以觀念解釋，例如：“高山越高，溫度越低，密度越低，氣壓越低”；或是“高山越高，氣壓越低，溫度越低”，透露出同學們對於高度 (h)、氣溫 (T)、與氣壓 (P) 之間，莫衷一是的**因果理解**，也沒能提出此推理的依據 (原理或公式)。

第 9~10 題

正確觀念：從現象觀察 (如圖 3)，氦氣球由靜止而上升的過程，動能會增加，又因高度漸增而使其重力位能也增加，因此，氣球的 [重力位能 + 動能] 漸增 (第 9 題)。

上述推論，並不會違反「能量守恆原理」，因為氣球上升時，周圍空氣會隨著下降 (兩者體積相同)，因周圍的空氣密度較氦氣球高，因此，氣球所增加的重力位能比空氣所減少的還小。對於 [氣球 + 空氣] 而言，[動能 + 重力位能] 總和，並沒有因此而變多。



圖 3：派對氦氣球

考量氦氣球上升所受的外力，除了重力，還包含空氣浮力 (F_B)。其中空氣浮力固定向上 (如圖 4)，不受氣球運動之軌跡而改變，因此**浮力作功** (W_B)，只與氣球前、後的鉛直位移有關 ($S_{//}$)，與過程中的**路徑無關** [$W_B = F_B \cdot S = F_B(\uparrow) \cdot S_{//}(\uparrow)$]。因此，浮力也跟重力一樣，皆屬於「保守力」(第 10 題)。**[註二]**

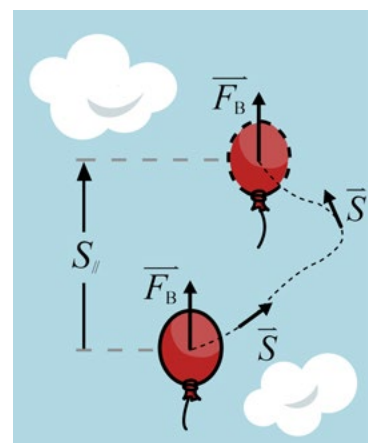


圖 4：氣球浮力作功

值得一提的是，只要是「保守力」，無論是重力或浮力，則這些保守力對物體移動過程 (即使是曲線軌跡)，所作的功，就僅與 (起點與終點) 位置有關，與 (軌跡) 過程無關。因此，**浮力作功 = -「浮力位能變化量」**，並遵守**力學能守恆**：
| 動能變化 (正) | = 重力位能變化 + 浮力位能變化 (負)。

常見錯誤：多數學生能夠根據經驗判斷氣球上升時，“動能增加，重力位能也增加”，得到 [動能 + 重力位能] 不守恆 (第 9 題)。但在解釋時，絕大多數則將 [動能 + 重力位能] 稱為“力學能”，並指出“力學能不守恆”。顯示出他們並未理解，“力學能”所包含的位能，應包含**所有保守力**的位能，不僅是重力位能。

另外，也有許多人認為“浮力不是保守力”，所持的理由包含：(1)“因為力學能不守恆，且浮力作功，所以浮力不是保守力”。透露出對“力學能”的誤解；(2) 也有人套用位能定義：“保守力作功 = - 位能變化，浮力作正功，但位能卻增加，所以浮力不是保守力”。前述的位能定義雖然正確，卻沒能體會“位能”不僅只有重力位能一種。

重要概念及常見盲點

本單元探討了與「氣體壓力」相關的公式，包含： $P = nRT/V$ ， $PM = \rho RT$ ，及 $P = \rho gh$ ，共三個。這些公式可歸納出以下幾項核心概念，及常見的概念推理盲點。

首先，這三個公式，是根據兩個不同理論模型推導而得，包含：「碰撞模型」，及「重力模型」兩種。「碰撞模型」是透過「氣體動力論」，可推出 $P = nRT/V$ 及 $PM = \rho RT$ 兩個公式，可以適用於封閉容器及大氣壓力。而「重力模型」則根據空氣的重量，可推得 $P = \rho gh$ 公式，因此只能適用於大氣壓力。兩個理論模型，因觀點及考量變因之不同，彼此並不相容，因此探討氣壓時，只能任選一種理論模型，**不同模型的公式，不可同時混用**（第 6~8 題）。 $P = nRT/V$ 及 $PM = \rho RT$ ，因屬於同一理論模型，可以混用，但 $P = \rho gh$ 不可以與前兩公式混用（第 1~5 題）。

然而，學生往往在需要**整合同一模型的不同公式**時，如整合 $P = nRT/V$ 及 $PM = \rho RT$ ，來判斷氣球浮力（ F_B ）與體積（ V ）時，僅引用其中之一項公式，導致變因太多，而無法得到正確結論（第 1~5 題）。

同時，也有人在概念推理時，沒能**顧及所有變因**，而造成錯誤。例如：判斷高空氣球的體積（ V ）變化，僅考慮氣壓（ P ），沒考慮氣溫（ T ）（第 1 題）；判斷氣球浮力（ $F_B = \rho_{\text{大氣}} \cdot V_{\text{氣球}} \cdot g_{\text{氣球}} \cdot g$ ）時，僅考慮大氣密度（ $\rho_{\text{大氣}}$ ），或是氣球體積（ $V_{\text{氣球}}$ ），沒能同時顧及兩者（第 2 題），導致錯誤結果。

另一方面，卻也發現同學誤將不同模型的變因，同時納入考量。例如，高山氣壓較平地低的原因（變因），可以分別透過「碰撞模型」或「重力模型」來解釋，但不需（也不能）同時兼顧兩模型。前者的變因包含：溫度及空氣密度（ T 、 ρ ），而後者則需考量高度及空氣密度（ h 、 ρ ），但許多同學同時引用了（ T 、 ρ 、 h ）三個變因（第 6、8 題），並具體整合兩個模型的名稱（第 7 題）。

本單元透過「氣壓」公式，顯示出「理論模型」是公式的基礎，同一物理量（如：氣壓），可能透過不同理論模型來推理，而得到不同的公式。如果理論模型之間並不相容，則所對應的公式不可混用。但根源於相同理論的不同公式，則可以（也經常需要）整合，才能有效地顧及所有變因的影響。

註 1. 第 1~5 題，參閱 Epstein, L. C. (2002). *Thinking Physics is Gedanken Physics*. Insight Press.

註 2. 第 9、10 題，參閱 Keeports, D. (2002). How does the potential energy of a rising helium-filled balloon change? *The Physics Teacher*, **40**(3), 164-165.

作者 | 張慧貞 教授
彰化師範大學物理系物理教育組