

## 氣壓公式總動員

## 解析

## 詳解與困難剖析

本單元所有試題的正確答案、常見錯誤、及難度，如表 1 所示：

題號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
正確答案	A	C	C	C	C	C	A	B	B	A
常見誤答	D	A、B	A	B	A	D	C	C	X	B
難度	中	難	中	中	中	難	難	難	易	難

表 1：各題之正確答案、常見錯誤、及題目難度

## 第 1~5 題

**正確觀念：**如圖 1，氣象用氣球，升到高空時的體積 ( $V$ )，根據「理想氣體方程」  $PV = nRT \Rightarrow V = nRT / P$ ，因此氣球體積  $V \propto T / P$  (假設氣球內、外之溫度 ( $T$ ) 及氣壓 ( $P$ )，皆保持相等)。因高空的  $T$  與  $P$  皆會減小，所以無法判斷氣球體積變化。但因已知高空的大氣密度 ( $\rho$ ) 較稀薄，所以根據：

$$P = \frac{nRT}{V} = \frac{\rho RT}{M}; V = \frac{nRT}{\rho RT} M; \boxed{V \propto 1/\rho} \quad \dots(1)$$

(氣球體積與大氣密度成反比)

因高空的大氣密度 ( $\rho$ ) 較小，所以氣球體積 ( $V$ ) 增大 (第 1 題)。

接著，探討氣球浮力，根據公式  $F_B = \rho_{\text{大氣}} \cdot V_{\text{氣球}} \cdot g$ ，

其中  $V_{\text{氣球}}$  可根據  $PV = nRT \Rightarrow V_{\text{氣球}} = nRT / P \dots(2)$

而  $\rho_{\text{大氣}}$  則透過  $PM = \rho RT \Rightarrow \rho_{\text{大氣}} = PM / RT \dots(3)$

因此， $F_B = \rho_{\text{大氣}} \cdot V_{\text{氣球}} \cdot g \Rightarrow F_B = (PM / RT)_{\text{大氣}} \cdot (nRT / P)_{\text{氣球}} \cdot g = M_{\text{大氣}} \cdot n_{\text{氣球}} \cdot g = \text{常數} \dots(4)$

(4)式顯示，推導浮力 ( $F_B$ ) 時，溫度 ( $T$ ) 及壓力 ( $P$ ) 兩個變數，皆各自出現在分子與分母，可以互相抵銷。所以，浮力僅與大氣分子量 ( $M$ ) 及氣球莫耳數 ( $n$ ) 有關，氣球升到高空，浮力維持不變 (第 2 題)。[註 1]



圖 1：高空氣球

若僅考慮高空之氣壓 ( $P$ ) 減小，得知氣球體積 ( $V_{\text{氣球}}$ ) 增大 [(2) 式]，大氣密度 ( $\rho_{\text{大氣}}$ ) 減小 [(3) 式]，兩者相乘，(分子與分母同時有  $P$ ，可相抵銷) 推得浮力不變 [(4) 式] (第 5 題)。同理，僅考量高空溫度 ( $T$ ) 降低時，則推得  $V_{\text{氣球}}$  減小 [(2) 式]、且  $\rho_{\text{大氣}}$  增大 [(3) 式]，且  $V_{\text{氣球}}$  與  $\rho_{\text{大氣}}$  成反比 [(1) 式]，得到浮力不變 [(4) 式] (第 4 題)。

因此，推導浮力 ( $F_B = \rho_{\text{大氣}} \cdot V_{\text{氣球}} \cdot g$ ) 的過程，需整合  $PV = nRT$  及  $PM = \rho RT$  兩個公式，前者判斷  $V_{\text{氣球}}$ ，而後者確定  $\rho_{\text{大氣}}$ ，推得浮力之影響變因 (第 3 題)。

**常見錯誤：**判斷高空氣球的體積 ( $V$ ) 及所受浮力 ( $F_B$ )，如何隨著大氣的壓力 ( $P$ )、密度 ( $\rho_{\text{大氣}}$ )，及溫度 ( $T$ ) 而變化時，同學經常只引用  $PV = nRT$  公式，沒能結合  $PM = \rho RT$ 。同時，也未能完整考量所有變因。

例如：第 1 題，有學生解釋“(根據)  $PV = nRT$ ，高空氣壓較低，所以體積變大”( $P \searrow \Rightarrow V \nearrow$ ，此一推論並未考慮到溫度 ( $T$ ) 也是影響的變因)。另有人雖能考量到  $P$ 、 $T$  皆會影響  $V$  但僅採用  $PV = nRT$  公式，因而推得“無法判斷體積”。其錯誤在於沒能結合  $PM = \rho RT$  公式，將  $P$ 、 $T$  兩變因刪除，就能得到  $V \propto 1/\rho$  的結論。

至於高空氣球浮力 ( $F_B$ ) 的判斷 (第 2 題)，常見盲點則包含：(1) 平衡的濫用：以為氣球浮力必等於氣球重量，故維持定值；(2) 僅考慮“氣球體積膨脹，所以浮力增加”( $V_{\text{氣球}} \nearrow \Rightarrow F_B \nearrow$ )；或是僅考慮大氣密度減小，所以浮力減小 ( $\rho_{\text{大氣}} \searrow \Rightarrow F_B \searrow$ )，兩者皆忽略了另一項變因。

同樣地，在分別判斷大氣壓力 ( $P$ ) 及溫度 ( $T$ ) 對浮力影響時 (第 4、5 題)，學生也常侷限於其中一項變因 ( $V_{\text{氣球}}$  或  $\rho_{\text{大氣}}$ ) 的探討。例如：“高空氣溫降低，則(氣球)體積縮小，所以浮力減小”；“ $T \searrow \Rightarrow \rho_{\text{大氣}} \nearrow \Rightarrow$  浮力越大”；“高空氣壓下降， $V$  升，浮力增大”，再再顯示出學生無法掌握全部變因的盲點。

至於判斷浮力所需的公式 (第 3 題)，則再次重複前面的盲點，包含：(1) 平衡的濫用，如：“浮力 = 物重”，不需由公式推得”；(2) 倬限其中一項變因，如：“浮力需考慮體積 ( $V$ ) 變化，所以  $PV = nRT$  即可”；“因為  $n$  為未知，且大氣平均分子量 ( $M$ ) 為定值，所以可用  $PM = \rho RT$ ”。上述兩種推理解釋，皆僅分別考慮到  $V_{\text{氣球}}$  或  $\rho_{\text{大氣}}$ ，沒能兼顧兩者。

## 第 6~8 題

**正確觀念：**考量高山氣壓 ( $P$ ) 變化，可以分別採用兩種**氣體壓力**的模型：

(1) **重力模型**： $P = F_g / A \Rightarrow P = \rho g h \Rightarrow$ 考慮密度隨厚度而變  $\Rightarrow P = \int \rho_h \cdot g \, dh \dots (5)$

根據 (5) 式 (如圖 2 所示)，氣壓 ( $P$ ) 僅與大氣厚度 ( $h$ ) 及空氣密度 ( $\rho$ ) 有關，與溫度 ( $T$ ) 無關。此一**重力模型**探討氣體壓力，是根據氣體受重力而造成氣壓，採取「巨觀視野」(macroscopic perspective)，因此**僅適用於大氣壓力**，不能用在密閉容器內的氣壓 (因密閉氣體之氣壓，忽略重力的影響)。

(2) **碰撞模型** (氣體動力論)：(氣體壓力)  $P = (\Delta p / \Delta t) / A$  (單位面積之動量時變率)

$$\Rightarrow P M = \rho R T \text{ (或 } P V = n R T \text{ )} \Rightarrow P = \rho R T / M \dots (6)$$

氣壓 ( $P$ ) 僅與該位置之空氣密度 ( $\rho$ ) 及溫度 ( $T$ ) 有關，與高空高度 ( $h$ ) 無關。

**碰撞模型**是依據氣體碰撞器壁所造成的力而推得，採取「微觀視野」(microscopic perspective)，可同時適用於封閉容器或大氣壓力。

綜合上述兩種模型，高山的大氣壓力較低，可以根據 (5) 式 (重力模型)，因為高度高 (大氣厚度小， $h \searrow$ )，且空氣密度較小 ( $\rho \searrow$ ) 推得氣壓小 ( $P \searrow$ )。也可根據 (6) 式 (碰撞模型)，因為空氣密度小 ( $\rho \searrow$ )，且溫度低 ( $T \searrow$ )，所以氣壓低 ( $P \searrow$ )。但是，**兩種模型觀點不相容**，所涉及的變因各不相同，不可混用。第 6 題的選項中，只有溫度與密度 ( $\rho$ 、 $T$ ) 兩個變因的組合，滿足上述結論 [(6) 式]，屬於「碰撞模型」(第 7 題)。

如果考量高山之高度高 ( $h \searrow$ )，則屬於「重力模型」，根據 (5) 式需搭配空氣的密度 ( $\rho$ )，才能推得對氣壓 ( $P$ ) 之影響 (第 8 題)。

針對同一情境的同一物理量 (如：氣壓)，同時有**兩種不相容模型**來詮釋，且考量的變因也不同，但可推得一致的結論。這種雙重模型的現象，在物理上並不常見，「大氣壓力」是其中一例。

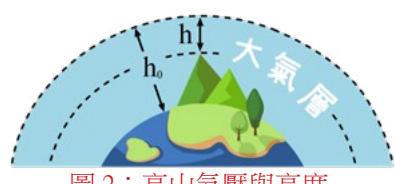


圖 2：高山氣壓與高度

**常見錯誤：**多數學生考慮高山氣壓的變因時 (第 6、8 題)，皆同時涵蓋了溫度 ( $T$ )、高度 ( $h$ )、及密度 ( $\rho$ ) 三個變因。同時也明確表達，他們整合了「重力模型」及「碰撞模型」來推理 (第 7 題)。

作答解釋中，學生透露出幾項盲點：(1) 同時結合「碰撞模型」與「重力模型」，卻沒能體會這**兩種「理論模型」的不相容性**。例如“(i)  $T$  降，粒子動能降， $P$  降、(ii) 高度高，重量降、 $P$  降、(iii) 密度低，單位時間所受的衝量減低， $P$  降”。上述推理每一段皆正確，但(ii)與(i)(iii)的模型並不相容，不能 (也不需要) 整合。(2) 也有人單純以觀念解釋，例如：“高山越高，溫度越低，密度越低，氣壓越低”；或是“高山越高，氣壓越低，溫度越低”，透露出同學們對於高度 ( $h$ )、氣溫 ( $T$ )、與氣壓 ( $P$ ) 之間，莫衷一是的**因果**理解，也沒能提出此推理的依據 (原理或公式)。

## 第 9~10 題

**正確觀念：**從現象觀察（如圖 3），氦氣球由靜止而上升的過程，動能會增加，又因高度漸增而使其重力位能也增加，因此，氣球的 [ 重力位能 + 動能 ] 漸增（第 9 題）。

上述推論，並不會違反「能量守恆原理」，因為氣球上升時，周圍空氣會隨著下降（兩者體積相同），因周圍的空氣密度較氦氣球高，因此，氣球所增加的重力位能比空氣所減少的還小。對於 [ 氣球 + 空氣 ] 而言，[ 動能 + 重力位能 ] 總和，並沒有因此而變多。



圖 3：派對氦氣球

考量氦氣球上升所受的外力，除了重力，還包含空氣浮力 ( $F_B$ )。其中空氣浮力固定向上（如圖 4），不受氣球運動之軌跡而改變，因此浮力作功 ( $W_B$ )，只與氣球前、後的鉛直位移有關 ( $S_{\parallel}$ )，與過程中的路徑無關 [ $W_B = \mathbf{F}_B \cdot \mathbf{S} = F_B(\uparrow) \cdot S_{\parallel}(\uparrow)$ ]。因此，浮力也跟重力一樣，皆屬於「保守力」（第 10 題）。[ 註二 ]

值得一提的是，只要是「保守力」，無論是重力或浮力，則這些保守力對物體移動過程（即使是曲線軌跡），所作的功，就僅與（起點與終點）位置有關，與（軌跡）過程無關。因此，浮力作功 = -「浮力位能變化量」，並遵守力學能守恆：  
 $| \text{動能變化(正)} | = | \text{重力位能變化} + \text{浮力位能變化(負)} |$ 。

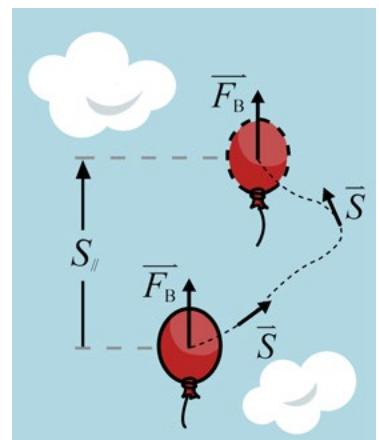


圖 4：氣球浮力作功

**常見錯誤：**多數學生意能夠根據經驗判斷氣球上升時，“動能增加，重力位能也增加”，得到 [ 動能 + 重力位能 ] 不守恆（第 9 題）。但在解釋時，絕大多數則將 [ 動能 + 重力位能 ] 稱為“力學能”，並指出“力學能不守恆”。顯示出他們並未理解，“力學能”所包含的位能，應包含所有保守力的位能，不僅是重力位能。

另外，也有許多人認為“浮力不是保守力”，所持的理由包含：(1)“因為力學能不守恆，且浮力作功，所以浮力不是保守力”。透露出對“力學能”的誤解；(2) 也有人套用位能定義：“保守力作功 = - 位能變化，浮力作正功，但位能卻增加，所以浮力不是保守力”。前述的位能定義雖然正確，卻沒能體會“位能”不僅只有重力位能一種。

## 重要概念及常見盲點

本單元探討了與「氣體壓力」相關的公式，包含： $P = nRT/V$ ， $PM = \rho RT$ ，及  $P = \rho gh$ ，共三個。這些公式可歸納出以下幾項核心概念，及常見的概念推理盲點。

首先，這三個公式，是根據兩個不同理論模型推導而得，包含：「碰撞模型」，及「重力模型」兩種。「碰撞模型」是透過「氣體動力論」，可推出  $P = nRT/V$  及  $PM = \rho RT$  兩個公式，可以適用於封閉容器及大氣壓力。而「重力模型」則根據空氣的重量，可推得  $P = \rho gh$  公式，因此只能適用於大氣壓力。兩個理論模型，因觀點及考量變因之不同，彼此並不相容，因此探討氣壓時，只能任選一種理論模型，**不同模型的公式，不可同時混用**（第 6~8 題）。 $P = nRT/V$  及  $PM = \rho RT$ ，因屬於同一理論模型，可以混用，但  $P = \rho gh$  不可以與前兩公式混用（第 1~5 題）。

然而，學生往往在需要**整合同一模型的不同公式**時，如整合  $P = nRT/V$  及  $PM = \rho RT$ ，來判斷氣球浮力 ( $F_B$ ) 與體積 ( $V$ ) 時，僅引用其中一項公式，導致變因太多，而無法得到正確結論（第 1~5 題）。

同時，也有人在概念推理時，沒能**顧及所有變因**，而造成錯誤。例如：判斷高空氣球的體積 ( $V$ ) 變化，僅考慮氣壓 ( $P$ )，沒考慮氣溫 ( $T$ )（第 1 題）；判斷氣球浮力 ( $F_B = \rho_{\text{大氣}} \cdot V_{\text{氣球}} \cdot g_{\text{氣球}} \cdot g$ ) 時，僅考慮大氣密度 ( $\rho_{\text{大氣}}$ )，或是氣球體積 ( $V_{\text{氣球}}$ )，沒能同時顧及兩者（第 2 題），導致錯誤結果。

另一方面，卻也發現同學誤將不同模型的變因，同時納入考量。例如，高山氣壓較平地低的原因（變因），可以分別透過「碰撞模型」或「重力模型」來解釋，但不需（也不能）同時兼顧兩模型。前者的變因包含：溫度及空氣密度 ( $T$ 、 $\rho$ )，而後者則需考量高度及空氣密度 ( $h$ 、 $\rho$ )，但許多同學同時引用了 ( $T$ 、 $\rho$ 、 $h$ ) 三個變因（第 6、8 題），並具體整合兩個模型的名稱（第 7 題）。

本單元透過「氣壓」公式，顯示出「理論模型」是公式的基礎，同一物理量（如：氣壓），可能透過不同理論模型來推理，而得到不同的公式。如果理論模型之間並不相容，則所對應的公式不可混用。但根源於相同理論的不同公式，則可以（也經常需要）整合，才能有效地顧及所有變因的影響。

- 註 1. 第 1~5 題，參閱 Epstein, L. C. (2002). *Thinking Physics is Gedanken Physics*. Insight Press.
- 註 2. 第 9、10 題，參閱 Keeports, D. (2002). *How does the potential energy of a rising helium-filled balloon change? The Physics Teacher*, **40**(3), 164-165.

作者 | 張慧貞 教授  
彰化師範大學物理系物理教育組